Moteur ditherme réversible à pseudo-source chaude.

On réalise un moteur dont le fonctionnement est cyclique. Le milieu ambiant de température (absolue) T_0 sert de source froide. Une masse d'eau chaude de masse M de capacité calorifique massique c, portée à la température initiale T_1, puis isolée de l'air ambiant, fait office de source chaude.

Question 1 :

Pourquoi la masse d'eau chaude n'est-elle pas une source au sens strict ? Analyser le fonctionnement et montrer que le moteur finira par s'arrêter.

La masse d'eau fournit de la chaleur au moteur, elle se refroidit donc et ce n'est donc pas une source dont la température serait constante (et aurait donc une capacité calorifique infinie).

Pendant que le moteur fonctionne, la température T de la masse d'eau décroît à partir de la valeur initiale T_1 et, bien évidemment, quand elle atteindra la valeur T_0 du milieu ambiant, le moteur s'arrêtera car on sera revenu à un fonctionnement monotherme et le second principe interdit les cycles monothermes moteurs.

Question 2 :

On s'intéresse à un seul cycle au cours duquel le moteur échange un travail δW ***avec l'extérieur et les chaleurs*** δQ_0 ***avec l'air et*** δQ ***avec l'eau dont la température varie de*** $\mathrm{d}T$***. Quelles relations lient ces grandeurs ?***

Appliquons les deux principes de la thermodynamique au moteur entre les états extrêmes du cycle. On ne perd pas de vue que ces états sont les mêmes, par définition du cycle, donc les variations d'énergie interne et d'entropie sont nulles. Par ailleurs le fonctionnement est réversible et le second principe est ici une égalité.

$$\mathrm{d}U = 0 = \delta W + \delta Q_0 + \delta Q$$

$$\mathrm{d}S = 0 = \frac{\delta Q_0}{T_0} + \frac{\delta Q}{T}$$

Appliquons le premier principe à la masse d'eau, dont le modèle thermodynamique est une phase condensée de volume constant (donc ne recevant pas de travail) et d'énergie interne $U = M\,c\,T$. Attention : si le moteur reçoit δQ de l'eau, celle-ci reçoit $-\delta Q$

$$\mathrm{d}U = \delta W + (-\delta Q) \qquad \text{d'où} \qquad M\,c\,\mathrm{d}T = 0 - \delta Q$$

Question 3 :

En déduire le travail total fourni à l'extérieur entre l'instant initial et l'arrêt du moteur. A.N. avec $M = 100\,\mathrm{kg}$***,*** $c = 4,18\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}$***,*** $T_0 = 273\,\mathrm{K}$ ***et*** $T_1 = 373\,\mathrm{K}$

La température est le paramètre de contrôle, on essaie donc d'exprimer δW, δQ et δQ_0 en fonction de $\mathrm{d}T$; il suffit pour cela de prendre les trois relations précédentes à rebrousse-poil :

$$\delta Q = -M\,c\,\mathrm{d}T$$

$$\delta Q_0 = -\frac{T_0\,\delta Q}{T} = M\,c\,T_0\,\frac{\mathrm{d}T}{T}$$

$$\delta W = -\delta Q - \delta Q_0 = M\,c\left(\mathrm{d}T - T_0\,\frac{\mathrm{d}T}{T}\right)$$

puis d'intégrer entre l'instant initial ($T = T_1$) et l'instant final ($T = T_0$). On trouve aisément :

$$Q = M\,c\,(T_1 - T_0)$$

$$Q_0 = -M\,c\,T_0\,\ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)$$

$$W = M\,c\left[T_0\,\ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) - (T_1 - T_0)\right]$$

L'application numérique donne :

$$Q = 41,8\,\mathrm{MJ}$$

$$Q_0 = -35,6\,\mathrm{MJ}$$

$$W = -6,2\,\mathrm{MJ}$$

Question 4 :
Définir et calculer le rendement.

Ce que l'on récupère est le travail reçu par l'extérieur, soit $-W$ et ce que l'on a payé c'est la chaleur fournie pour créer la masse d'eau chaude à partir de la même masse à la température ambiante et l'on retrouve bien sûr $Q = M\,c\,(T_1 - T_0)$. Le rendement est donc $r = -W/Q = 15\%$.

Question 5 :
Retrouver l'expression de W à partir de la notion de travail maximum récupérable et du potentiel thermodynamique F^*.

L'ensemble moteur+eau chaude a un volume constant et n'est qu'en contact qu'avec l'air ambiant ; on est donc dans le cadre d'un fonctionnement monotherme isochore pour lequel, si l'on sait son cours,

$$-W \leqslant F^*_{initial} - F^*_{final} = F^*_1 - F^*_0$$

où la notation est dans un deuxième temps adaptée au fait que l'eau chaude passe de T_1 à T_0

Le fonctionnement est réversible : on a l'égalité. Le moteur a un fonctionnement cyclique donc son potentiel F^* ne varie pas et la diminution de F^* du système se confond avec celle de F^* de l'eau.

Pour l'eau :

$$\mathrm{d}U = M\,c\,\mathrm{d}T \qquad \text{d'où} \qquad U = M\,c\,T$$

$$\mathrm{d}U = \delta W + \delta Q = 0 + T\,\mathrm{d}S \qquad \text{d'où} \qquad \mathrm{d}S = M\,c\,\frac{\mathrm{d}T}{T} \qquad \text{et} \qquad S = M\,c\,\ln T$$

$$F^* = U - T_0\,S = M\,c\,(T - T_0\,\ln T)$$

$$F^*_1 = U - T_0\,S = M\,c\,(T_1 - T_0\,\ln T_1)$$

$$F^*_0 = U - T_0\,S = M\,c\,(T_0 - T_0\,\ln T_0)$$

$$-W = F^*_1 - F^*_0 = M\,c\left[(T_1 - T_0) - T_0\,\ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)\right]$$

qui est bien le résultat précédemment trouvé.

Bien sûr, on peut vivre sans thermodynamique, mais tellement moins bien !